Prof. Dr. Armin Iske
Dr. Lars Poppe
Dr. Andreas Vollmer

Fachbereich Mathematik
Universität Hamburg
Wintersemester 2022/23

Übungen zu Analysis 1

Aufgaben des Tages 23 — 24. Januar 2023

Aufgabe 1: *(4 Punkte)* Zeige, dass die Exponentialfunktion $\exp : \mathbb{R} \longrightarrow (0, \infty)$ stetig ist.

Aufgabe 2: *(2+2 Punkte)*

(a) Seien $f, g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ zwei stetige Funktionen. Beweise die Äquivalenz

$$f(x) = g(x) \quad \forall x \in \mathbb{R} \qquad \Longleftrightarrow \qquad f(x) = g(x) \quad \forall x \in \mathbb{Q}.$$

(b) Sei $f : \mathbb{Q} \longrightarrow \mathbb{R}$ eine stetige Funktion. Gibt es eine stetige Funktion $\hat{f} : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ mit

$$\hat{f}(x) = f(x)$$

für alle $x \in \mathbb{Q}$? Führe hierzu einen Beweis.

Aufgabe 3: *(1+1 Punkte)*

(a) Für welche $x \in \mathbb{R}$ ist die durch

$$f(x) := \lim_{n \to \infty} \frac{nx}{1 + |nx|}$$

gegebene Funktion f (wohl)definiert?

(b) In welchen Punkten ist die Funktion f aus (a) stetig?

Ausgabedatum: 24. Januar 2023 **Abgabetermin:** 30. Januar 2023, 10:00 Uhr.